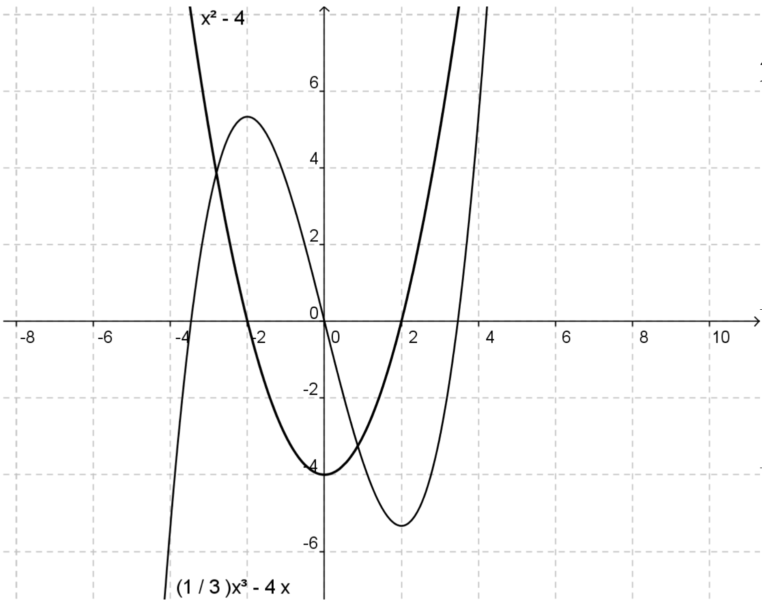
Funktionen und ihre Ableitung –

Welche Eigenschaften der Funktion $f(x)$ kann man anhand ihrer Ableitung $f'(x)$ erkennen?

Minimal sollte folgendes bekannt sein: Der Wert der Ableitung $f'(x)$ an der Stelle x ist die Steigung der Funktion $f(x)$ an x 1.) Ist $f'(x)=0$, so bleibt f(x) konstant, was in den meisten Fällen einem Extremwert entspricht. 2.) Ist $f'(x)>0$, so steigt f(x) 3.) Ist $f'(x)<0$, so fällt f(x)



Zuerst sollten wir feststellen, welche der beiden Funktionen $f(x)$ und welche $f'(x)$ ist:

$f(x)$: ______________________

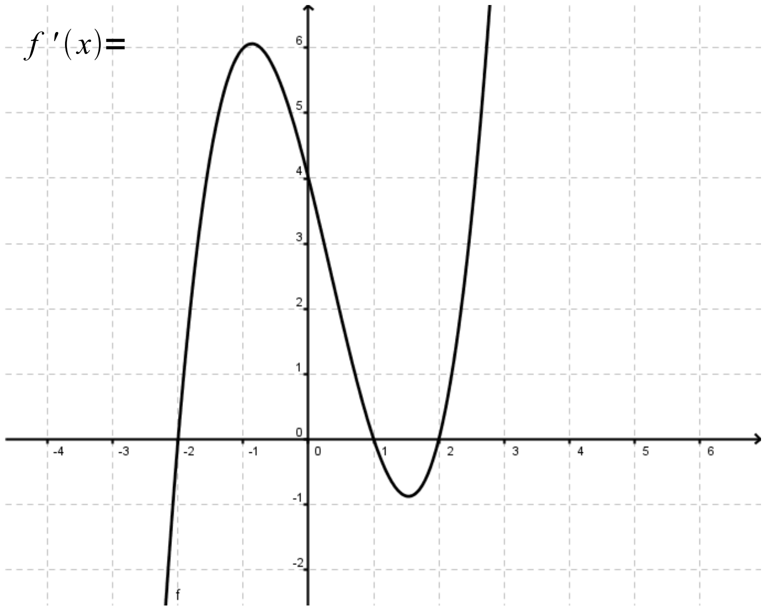
$f'(x)$: ______________________

Soweit, so gut. Jetzt geht man wie folgt vor:

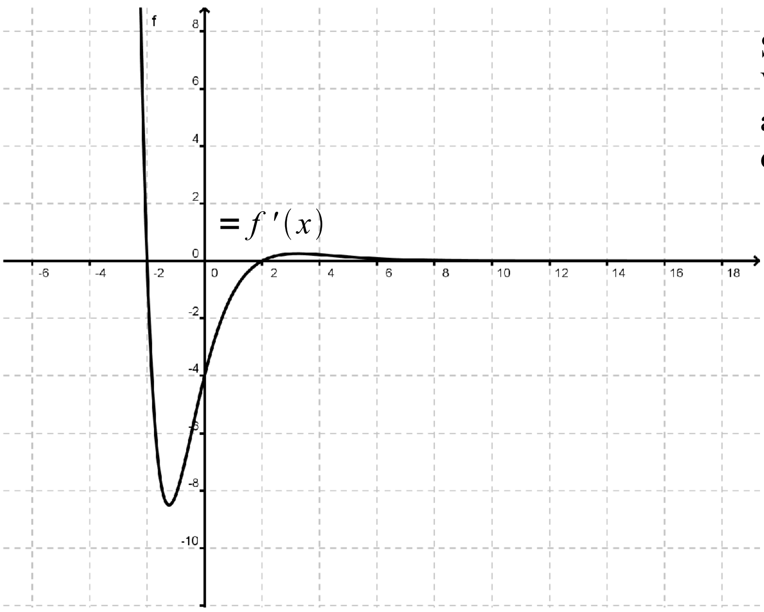
1.) Die Nullstellen von $f'(x)$ entsprechen den Extremwerten von $f(x)$.
   a) Parallelen zur y-Achse durch die Nullstellen einzeichnen.
      Ergebnis: $x=-2$; $x=+2$
   b) Resultat:Auf diesen Parallelen liegen auch die 'Extremwerte' - genauer: die Punkte, an denen $f(x)$ keine Steigung hat.
2.) Die Teilstücke, an denen $f'(x)<0$ ist, die also unterhalb der x-Achse liegen, entsprechen den Teilen von $f(x)$, die „nach unten“ gehen (bzw. mathematisch: „monoton fallend sind“)
   a) Markieren der Teilstücke von $f'(x)$, welche unterhalb bzw. oberhalb der x-Achse liegen. Notiere diese Intervalle.
   Ergebnis:
   $x\in[-\infty\ldots-2]\Rightarrow f'(x)>0$
   $x\in[-2\ldots+2]\Rightarrow f'(x)<0$
   $x\in[+2\ldots+\infty]\Rightarrow f'(x)>0$
   b) Resultat: Innerhalb dieser Intervalle gibt die Lage von f´(x) bezüglich der x-Achse an, ob f(x) streng monoton steigend oder fallend ist.

Es kann keine Aussage darüber gemacht werden, wie „hoch“ f(x) liegt.

Übungen:



1.) Bestimme die Lage der Extremwerte von $f(x)$.
2.) Skizziere den Verlauf von $f(x)$.
3.) $f'(x)$ ist ein Polynom 3. Grades – bestimme eine einfache Funktionsgleichung aus seiner Darstellung als Linearfaktoren, dann finde eine mögliche Stammfunktion (f) von f'.
4.) Zeige, das jede mögliche Stammfunktion von $f'(x)$ zumindest die x-Koordinate der Extremwerte beibehält.



Skizziere den Verlauf von f(x). Wünschenswert ist hierbei, das nicht nur auf „steigend/fallend" sondern auch auf den Betrag der Steigung geachtet wird.

Weiterführende Aufgaben:

Zeichne die Ableitungen (PC, GTR, Wertetabelle):

a.) $f'(x)=x^2+2x-1$

b.) $f'(x)=1-0.5\text{x}-\frac{1}{x}$

c.) $f'(x)=(x^2-4)\cdot \text{e}^{(-x^2)}+1$

d.) $f'(x)=1.5^x-\frac{1}{x}-1$

und schließe aus dem Graphen die Eigenschaften der Funktion f(x).